Nombres, nombres, nombres!

¡Números, números, números!

Jaume Monreal Garcies
Estalmat Illes Balears

jmonreal@iesllucmajor.org

Del 17 al 19 de abril de 2026, Murcia

Universitat de les Illes Balears

Govern de les Illes Balears
Conselleria d'Educació i Universitats

Fundació Universitat Empresa de les Illes Balears

SBMXEIX Societat Balear de Matemàtiques

Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de España

Gobierno de España
Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades

FECYT Innovación

Contenidos de la sesión

Parte 1: números primos y conjeturas

- Criba de Eratóstenes
- Algoritmo de primalidad
- Conjeturas: Pólya, Collatz, primos gemelos, Goldbach, números perfectos, primos de Mersenne

Parte 2: números poligonales

- Números cuadrados
- Números triangulares
- Números pentagonales
- Números hexagonales

Parte 1: números primos y conjeturas

Principales contenidos:

- Criba de Eratóstenes
- Algoritmo de primalidad
- Conjeturas: Pólya, Collatz, primos gemelos, Goldbach, números perfectos, primos de Mersenne

Principales procesos matemáticos:

- Seguir un algoritmo (criba)
- Crear un algoritmo y razonar sobre sus limitaciones
- Diferenciar entre conjetura y teorema
- Discernir entre una demostración y refutación

Parte 1: números primos

Lectura previa: *El diablo de los números (capítulo 3)*

Razonamiento y comunicación: pienso, me expreso, escucho

- ¿Por qué 1 no es primo ni compuesto?
- Confección de la Criba de Eratóstenes hasta 225
  - ¿Por qué solo hay que tachar los múltiplos de hasta 13?
  - ¿Por qué los números restantes son primos?
- Algoritmo usando la lista de primos (divisiones no exactas)
  - ¿Hasta qué número primo debo probar?
  - ¿Hasta qué número me sirve el algoritmo?
- Secuencias de números compuestos consecutivos

Parte 1: conjeturas

Conceptos:

- Conjetura vs Teorema
- Comprobación vs demostración
- Dos posibles salidas: demostración o contraejemplo.

Conjeturas trabajadas:

- Pólya
- Collatz
- Goldbach
- Primos gemelos
- Números perfectos
- Primos de Mersenne

Parte 1: conjeturas

Conjetura de Pólya: para $n>1$, consideramos los números naturales $m<n$ y los clasificamos según sea, par o impar, el número de primos de su descomposición factorial:

- Par: 1, 4, 6, 9, 10, 14, 15, 16…
- Impar: 2, 3, 5, 7, 8, 11, 12, 13, 17, 18, 19...

La lista de “impares” es siempre mayor que la de “pares”.

Contraejemplo: 906 150 257

Parte 1: conjeturas

Conjetura de Collatz: para n>1, se construye la secuencia siguiente:

1. Inicialmente cogemos m=n
2. Calculamos m’ de la forma siguiente:
   - Si m es par, m’ = m/2
   - Si m es impar, m’ = 3m+1.
3. Hacemos m = m’, y volvemos a 2

En algún momento se llega a m = 1

Parte 1: conjeturas

Conjetura de Goldbach: para todo n>1 par, se puede descomponer como n = p + q, siendo p y q números primos.

Debates que surgen:

- Conjetura débil de Goldbach, que establece que todo número impar n>5 se puede descomponer como suma de tres números primos.
- Esta conjetura fue demostrada en el año 2013.
- La conjetura (fuerte) de Goldbach implicaría de forma directa, en caso de ser cierta, la conjetura débil de Goldbach.

Parte 1: conjeturas

Conjetura de los primos gemelos, que afirma que **existen infinitas parejas de números primos.**

También se debate si pueden existir más casos de números primos trillizos, como son el 3, el 5 y el 7. Se demuestra que no es posible.

Conjetura de los números perfectos, que afirma que **no existen números perfectos impares** (pares sí: 28 = 1+2+4+7+14)

Conjetura de los primos de Mersenne, que afirma que **existen infinitos ejemplos de ellos.** Por ejemplo, **31** = $2^5 - 1$

Parte 1: conjeturas

Conjetura de los primos gemelos, que afirma que **existen infinitas parejas de números primos.**

También se debate si pueden existir más casos de números primos trillizos, como son el 3, el 5 y el 7. Se demuestra que no es posible.

Conjetura de los números perfectos, que afirma que **no existen números perfectos impares** (pares sí: 28 = 1+2+4+7+14)

Conjetura de los primos de Mersenne, que afirma que **existen infinitos ejemplos de ellos.** Por ejemplo, **31** = $2^5 - 1$

Parte 2: números poligonales

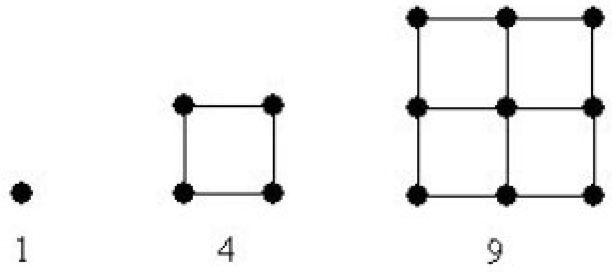
Contenidos principales:

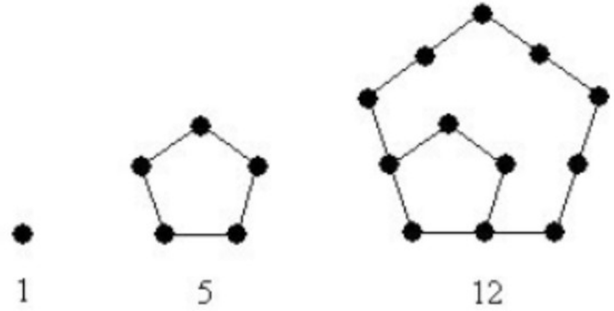
- Números cuadrados
- Números triangulares
- Números pentagonales
- Números hexagonales

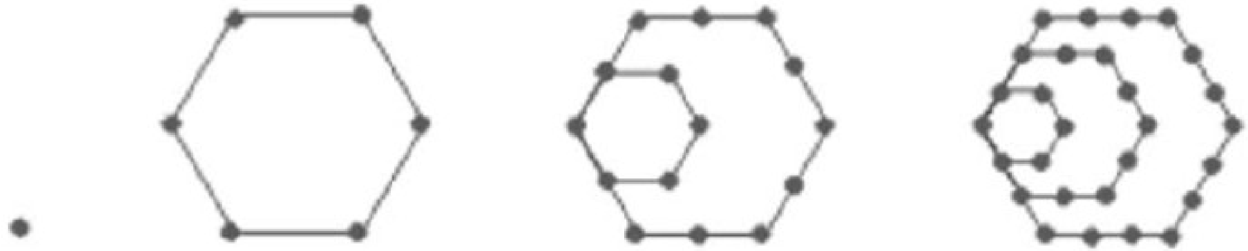
Procesos matemáticos trabajados:

- Demostrar geométricamente algunas relaciones entre los números cuadrados y los números triangulares
- Diferenciar entre comprobación y demostración
- Acentuar el concepto de conjetura vs propiedad demostrada

Parte 2: números poligonales







1 6 15 28

Parte 2: números poligonales

Lectura previa: *El diablo de los números (capítulo 5)*

Conceptos y procedimientos:

- Número cuadrado, triangular, pentagonal y hexagonal
- Cálculo propuesto de diversas operaciones. A partir de ahí…
- Conjeturar
- Demostrar

Relaciones con otros problemas clásicos

- Número máximo de cortes de *n* líneas rectas en el plano, n>2

Parte 2: números poligonales

Completar y conjeturar:

Valor n	1	2	3	4	5	6	7	8
S_n								
T_n								

Valor n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
T_n	1	3	6						
$1+8\cdot T_n$	9	25							

Valor n	1	2	3	4	5
$\frac{S_n+n}{2}$					
$\frac{S_n-n}{2}$					

Parte 2: números poligonales

Completar y conjeturar:

Valor n	1	2	3	4	5
$(S_{n+1})^2-(S_n)^2$					

Valor n	1	2	3	4	5	6
P_n						
$3 \cdot P_n$						

Valor n	1	2	3	4	5	6
H_n						

Parte 2: números poligonales

1. Cuantos cortes como máximo se pueden obtener al dibujar *n* rectas en el plano?

Valor n	1	2	3	4	5	6	7
Punts de tall entre n rectes	0	1					

2. Demostrar que todo número cuadrado se puede descomponer como la suma de dos números triangulares consecutivos (demostración geométrica).

3. Encontrar la relación entre los números pentagonales y los triangulares, así como una fórmula para su cálculo.

Forma de dirigir la sesión (3h)

Parte 1: sesión dirigida

- Actividades en grupo e individuales
- Mismo ritmo
- Aportaciones en voz alta

Descanso 15’

Parte 2: sesión libre

- Realizar actividades individuales, por parejas o en grupo,
- Descubrir algunas relaciones ocultas entre los diferentes tipos de número poligonal

Muchas gracias por su atención